Geometrijsko modeliranje

By:
Ljubiša Kocić

Geometrijsko modeliranje

By:
Ljubiša Kocić

Online:
< http://cnx.org/content/col10478/1.1/ >

C O N N E X I O N S

Rice University, Houston, Texas

Collection structure revised: November 6, 2007
PDF generated: February 4, 2011
For copyright and attribution information for the modules contained in this collection, see p. 9.

Table of Contents

Chapter 1

Uvod[1]

Geometrijsko modelovanje (ili **modeliranje**[1]) je disciplina koja proučava metode konstruisanja geometrijskih i prirodnih formi sredstvima računarske grafike. Praktična upotreba ovih metoda uglavnom se odvija kroz interaktivni dijalog konstruktora-dizajnera sa računarom. Spektar primene metoda geometrijskog modelovanja ide od simulacije leta do projektovanja nameštaja kao i od dizajniranja mikroelektronskih komponenti do izrade animiranih sekvenci u svrhu edukacije ili reklame.

Početak geometrijskog modelovanja je tesno povezan sa počecima računarske grafike, a to je godina 1950-ta, kada se na MIT [2]-u pojavio prvi grafički displej kontrolisan jednim od prvih računara **Whirlwind I**. Na ovom displeju, koji se bazirao na katodnoj cevi računar je po prvi put generisao jednostavnije slike. Međutim, tek krajem 50-tih, kada je MIT lansirao novu generaciju računara (TX-0 i TX-2) sa interaktivnim radom, interes za računarsku grafiku počeo je osetno da raste. Usledio je rad na interfejs softveru koji je svoj krajnji oblik dobio u doktorskoj disertaciji Ivana Sutherlanda [3] iz 1963. dogine, koja predstavlja baziĉnu studiju o interaktivnoj računarskoj grafici. Usledio je odziv giganata tehnološke inovacije, kao što su **MIT**, General **Motors**, **Bell Telephone Labs**, **Lockhead Aircraft** i drugi koji su sredinom 60-ih pokrenuli visokobudžetne projekte koji su uključivali značajne grafikčke segmente.

Danas, svaki personalni računar poseduje visoko specijalizovane softversko-hardverske elemente koji u sebi sadrže citave komplekse alata koji omogućuju konformno korišćenje grafičkih metoda. Svima su dobro poznate osobenosti rasterskih displeja koji su, potisnuvši prvobitne “kaligrafske” displeje, danas gotovo isključivo u upotrebi, u širokom spektru od klasičnih ekrana sa katodnim cevima, do onih na bazi tečnih kristala (LCD) i tehnologoije tankih poluprovodničkih filmova (TFT). Već smo navikli na pojmove kao što su piksel (pixel), anti-aliazing (anti-aliasing), bafer (buffer), video memorija i slično.

Ovde se nećemo zadržavati na ovim pojmovima elementarne računarske grafike, već ćemo obratiti pažnju na one aspekte koji, koristeći formalni matematički jezik, kao i jezik programskih algoritama, pomažu inženjerima-dizajnerima da geometrijske ideje brzo i efikasno prevedu u programski kôd. Time, uz pomoć savremenih računskih mašina, mogu doći do daleko složenijih i prefinjenijih rezultata koji se danas primenjuju u praktično svim oblastima, od dizajniranja mašinskih delova i web-stranica do medicine, genetike i psihologije.

[1]Na većini univerziteta u svetu ova disciplina je poznata kao CAGD (Computer-Aided Geometric Design)
[2]MIT- Massachusetts Institute of Technology, privatni univerzitet u Kembridžu, Masačusets, SAD.
[3]**Sketchpad: A Man-Machine Graphical Communication System**, MIT, 1963

[1]This content is available online at <http://cnx.org/content/m15452/1.1/>.

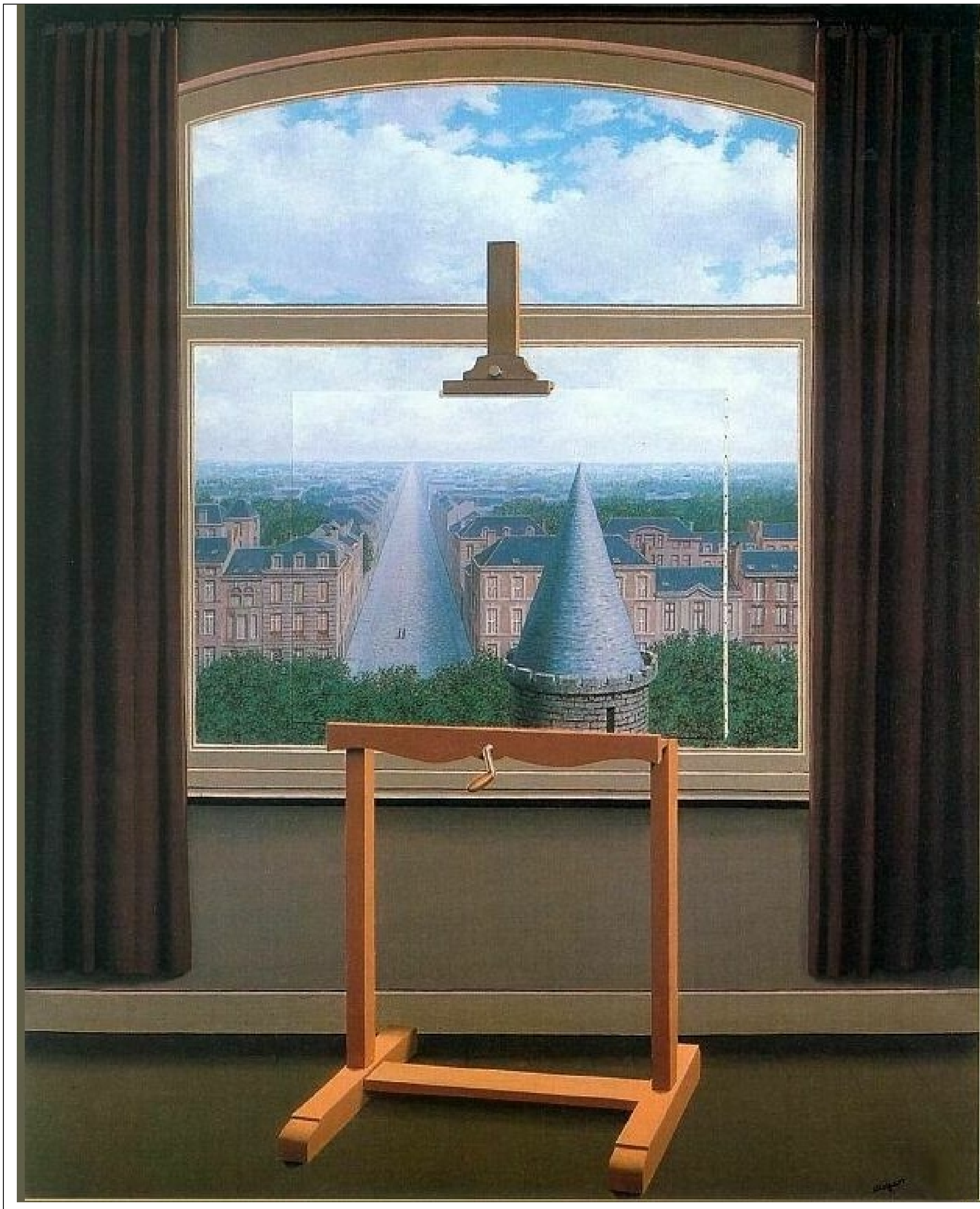
Chapter 2

Transformacija pogleda[1]

2.1 Transformacija pogleda

Na slici **Euklidova šetnja** (Les Promenades d'Euclide), belgijski umetnik Rene Magrit (Magritte) predstavlja nam obmanu oka koje perspektivu jednog pariskog bulevara gotovo ne razlikuje od konusnog oblika jedne srednjevekovne građevine.

[1]This content is available online at <http://cnx.org/content/m15472/1.1/>.

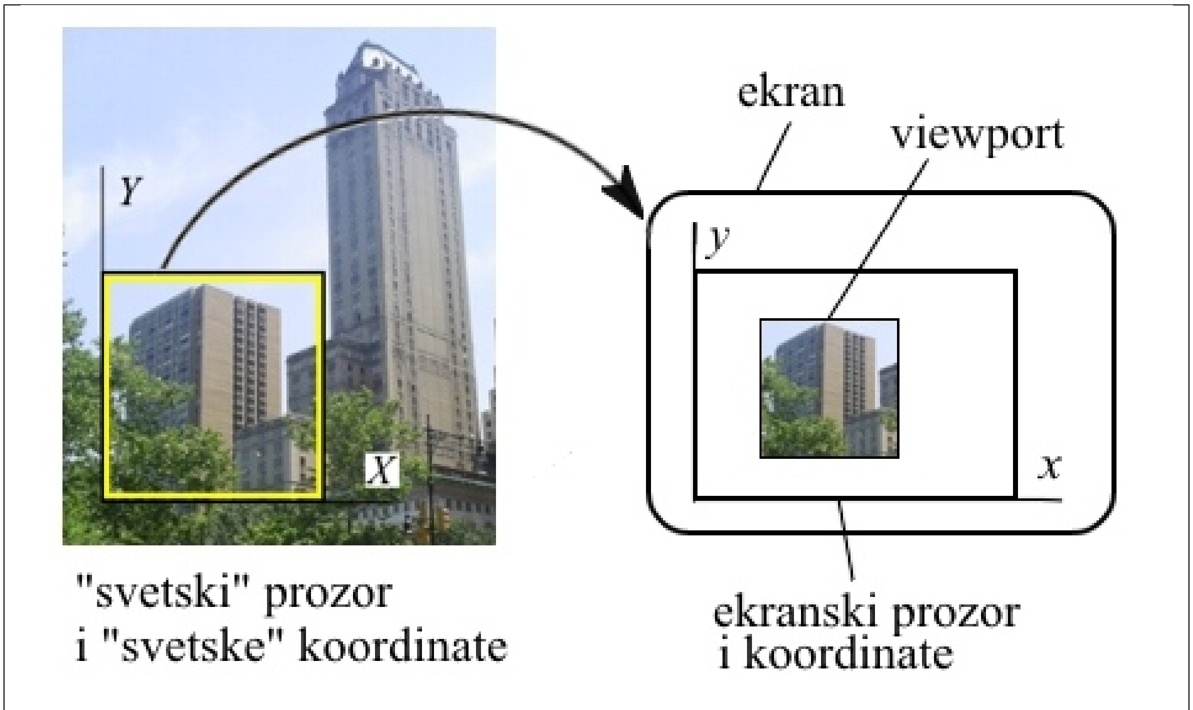


Sl. 1. Rene Magrit, **Euklidova šetnja**, 1955, ulje na platnu (Minneapolis Institute of Arts)

Table 2.1

Ovakve dvosmislenosti i druge obmane čula vida navode nas na traženje preciznog formalnog "jezika" kojim bi računskoj mašini preneli naše geometrijske ideje na jednoznačan način. Međutim, ova slika sadrži i “priču” upravo o onom optičko-geometrijskom odnosu o kome ovde raspravljamo i koji se zove **transformacija pogleda**. Naime, na Magritovoj slici rađenoj u tehnici ulje ne platnu, vidimo jedan veliki prozor nekog pariskog salona ispred koga stoji slikarski stafelaj na kome je tek završeno platno na kome se vidi deo pariskog pejzaža. Deo objektivne stvarnosti tako je verno prenet na platno da se više ne razlikuje od stvarnosti. Slikarsko platno možemo poistovetiti sa ekranom računara, a naslikano platno na štafelaju sa vidnim poljem koje se u grafici zove **vjuport** (**viewport**). Na pravougaonom polju vjuporta, umetnik predstavlja deo realnosti (bulevar i kulu) koji vidi kroz prozor. Ovaj prozor se u grafici zove **svetski prozor** (**world window**). Sada ostaje samo da slikarsko platno zamenimo ekranom računara.

Prvi korak u tom pravcu je definisanje “okvira” na ekranu računara u kome ćemo raditi i razvijati neki naš projekat. Taj se “okvir” zove se **ekranski prozor** i predstavljen je pravougaonikom čija donja stranica predstavlja ekransku $x-$koordinatu, dok leva, vertikalna stranica predstavlja ekransku $y-$koordinatu (Slika 2, desno).



Sl. 2. “Window-to-viewport” transformacija (transfrmacija pogleda)

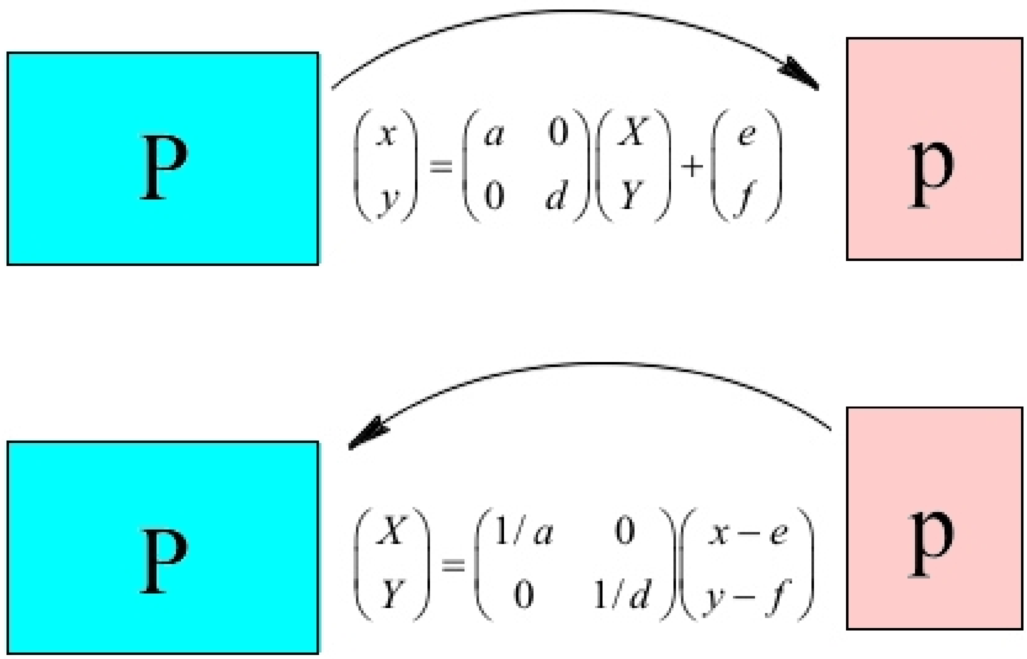
Table 2.2

U ekranski prozor smeštamo sliku koju obrađujemo. Format slike, po pravilu je manji od formata ekranskog prozora, i takodje po pravilu je i sam pravougaon. Taj novi, manji pravougaonik, koji sadrži sliku na kojoj radimo, je **vjuport.** Dakle, vjuport sadrži sliku koju obrađujemo i koja je transformisana slika neke realne scene iz fizičkog sveta. Okvir te realne slike, kao što je već naglašeno je **svetski prozor** (**world window**) a odgovarajuće koordinate, postavljene na analogan način kao i ekranske, zovu se **svetske koordinate.** Na Slici 2 (levo), svetske koordinate su označene sa Xi Y. Koordinatni sistem (X, Y) zove se **svetski koordinatni sistem**.

Na osnovu rečenog, možemo naslutiti da je potrebno, bilo preračunati svetske koordinate u ekranske, bilo obrnuto. Lako je ustanoviti da je odnos svetskih (X, Y) i ekranskih koordinata (x, y) dat linearnom vezom

(1) $x = \mathrm{aX} + e, y = \mathrm{dY} + f,$

pri čemu su a, e, d, f realne konstante i pritom je $a \neq 0, d \neq 0$. Ova transformacija je u računarskoj grafici poznata kao **transformacija pogleda** ili, preciznije **window-to-viewport transformacija.** Pravougaonik, čije su stranice paralelne koordinatnim osama je potpuno definisan ukoliko poznajemo koordinate njegovog donjeg levog i gornjeg desnog temena. Dakle, svetski prozor je definisan sa dva uređena para (X_1, Y_1) i (X_2, Y_2), pri čemu, neka je $X_1 < X_2$ i $Y_1 < Y_2$, što u stvari znači da je (X_1, Y_1) njegovo donje levo, a (X_2, Y_2) gornje desno teme. Ako na sličan način obeležimo i donje levo tj. gornje desno teme vjuporta, tj. sa (x_1, y_1) i (x_2, y_2), moguće su dve situacije.



Sl. 3. Direktna i inverzna “window-to-viewport” transformacija

Table 2.3

1. Poznata je transformacija (1), tj. konstante a, e, d, f i jedan od dva pravougaonika (window ili viewport). Tada iz (1) izračunavamo drugi.
2. Poznati su window $P = \{(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)\}$ i viewport $p = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}$. Tada se koeficijenti transformacije (1) izračunavaju iz sistema jednačina

$$(2)\quad \begin{matrix} \mathrm{x}_1 = \mathrm{aX}_1 + e, \\ \mathrm{x}_2 = \mathrm{aX}_2 + e, \end{matrix} \ \text{tj.} \ \begin{matrix} \mathrm{y}_1 = \mathrm{dY}_1 + f, \\ \mathrm{y}_2 = \mathrm{dY}_2 + f, \end{matrix}$$

odakle se dobijaju koeficijenti window-to-viewport transformacije

$a = \frac{x_2 - x_1}{X_2 - X_1}, e = x_1 - \mathrm{aX}_1 = \frac{x_1 X_2 - X_1 x_2}{X_2 - X_1}$

$d = \frac{y_2 - y_1}{Y_2 - Y_1}, f = y_1 - \mathrm{dY}_1 = \frac{y_1 Y_2 - Y_1 y_2}{Y_2 - Y_1}$.

Primetimo da se transformacija (1) može napisati u matričnom obliku

$$(3) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix},$$

tako da se inverzna transformacija moze izračunati primenom inverzne matrice

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \right\},$$

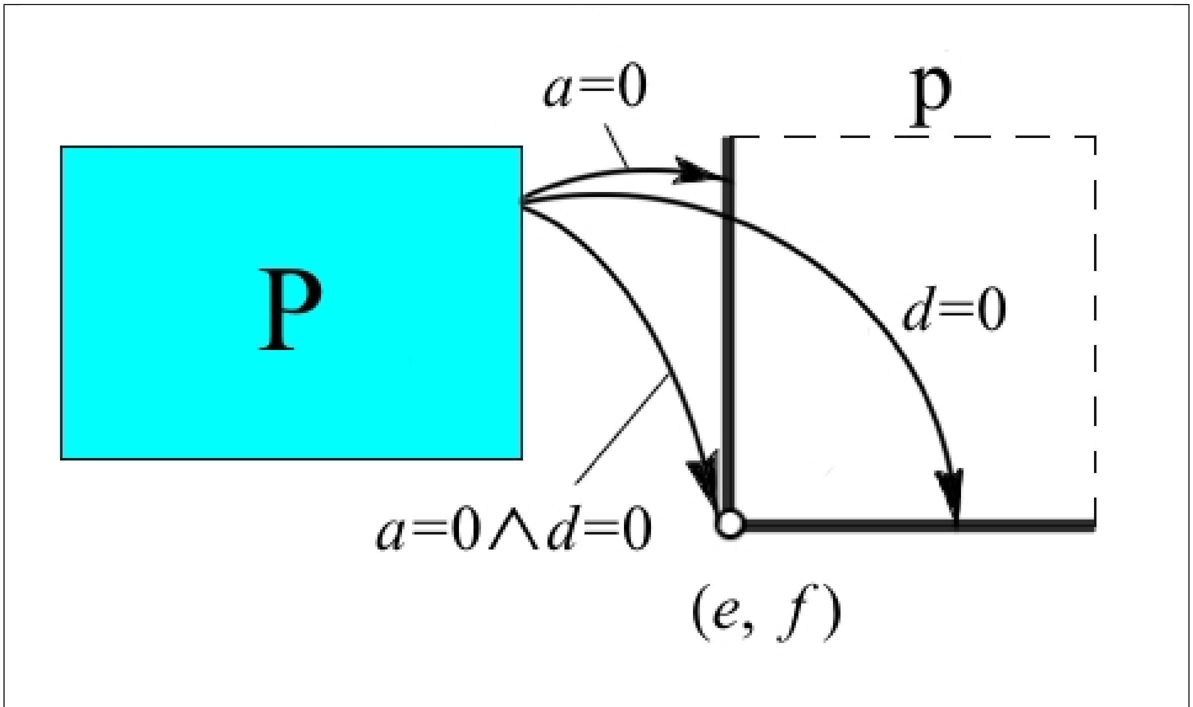
tj.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-e \\ y-f \end{pmatrix}.$$

Tako se najzad dobija
$X = (x-e)/a, Y = (y-f)/d$, ili
$X = \frac{X_2 - X_1}{x_2 - x_1} x - \frac{x_1 X_2 - x_2 X_1}{x_2 - x_1}, Y = \frac{Y_2 - Y_1}{y_2 - y_1} y - \frac{y_1 Y_2 - y_2 Y_1}{y_2 - y_1}$.
Direktna i inverzna transformacija prikazane su na Slici 3.

Naravno, a i d moraju biti različiti od 0 inače bi transformacija (1) bila loše definisana. Uslovi $a \neq 0, d \neq 0$ se zovu **uslovi regularnosti**, i pod tim uslovima transformacija (1) tj. (3) je **regularna**.

U slučaju da bilo a ili d ili pak istovremeno a i d budu $= 0$, transformacija je **degenerisana**. Degenerisana transformacija u ovom slučaju znači da slika pravougaonika P nije pravougaonik već geometrijski objekat niže dimenzionalnosti. Tako, ako je $a = 0, d \neq 0$, slika degeneriše u duž koja se poklapa sa levom vertikalnom stranicom pravougaonika p. Ako je $a \neq 0, d = 0$, pravougaonik P se preslikava u donju osnovu (dakle opet u duž), dok se u slučaju $\mathbf{a} = 0$, $\mathbf{d} = 0$, pravougaonik P preslikava u tačku (e, f), koja je u regularnom slučaju donje levo teme vjuporta p. Sva tri slučaja degenerisane transformacije prikazana su na Slici 4.



Sl. 4. Degenerisani slučajevi "window-to-viewport" transformacije

Table 2.4

Index of Keywords and Terms

Keywords are listed by the section with that keyword (page numbers are in parentheses). Keywords do not necessarily appear in the text of the page. They are merely associated with that section. *Ex.* apples, § 1.1 (1) **Terms** are referenced by the page they appear on. *Ex.* apples, 1

Attributions

Geometrijsko modeliranje
Kurs prestavlja uvod u geometrijsko modeliranje pomocu racunara. Obradjuju se modeli krivih i povrsi kao i fraktalni modeli.